



Cette épreuve est constituée de trois exercices et d'un problème étalés sur 3 pages que chaque candidat traitera obligatoirement.

**EXERCICE 1 : 2 points**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des propositions de réponse est juste, choisir la lettre correspondant à la réponse juste.

1. On considère la série statistique double  $(X, Y)$  dont les données sont regroupées dans le tableau ci-contre :

$x_i$	11	12	16
$y_i$	3,8	2,1	4,3

- (a) La variance de  $X$  est 13. (b) La covariance de cette série est 0,2. **1pt**  
(c) La droite de régression de  $y$  en  $x$  a pour équation  $y = 0,2x + 0,4$ .
2.  $E$  est un espace vectoriel dont une base est  $(\vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $f$  l'endomorphisme de  $E$  tel que  $f(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{j}$  et  $f(\vec{j} + 2\vec{i}) = \vec{0}_E$ .
- (a) La matrice de  $f \circ f$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  est  $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}$  (b)  $\ker f = \{\vec{0}_E\}$  **1pt**  
(c)  $\text{Im } f$  est le sous espace vectoriel engendré par le vecteur  $\vec{i} - 2\vec{j}$ .

**EXERCICE 2 : 2,5 points**

On considère l'équation suivante  $(E): ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$  où  $x$  est l'inconnue,  $a, b$  et  $c$  sont des réels avec  $a$  non nul.

1. Vérifier que 0 n'est pas solution de  $(E)$ . **0,5pt**  
2. Montrer que si  $x_0$  est solution de  $(E)$ , alors  $\frac{1}{x_0}$  l'est aussi. **0,5pt**  
3. (a) Montrer que  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0 \Leftrightarrow a \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + b \left(x + \frac{1}{x}\right) + d = 0$   
où  $d$  est un réel que l'on exprimera en fonction de  $c$  et  $a$ . **0,5pt**  
(b) Résoudre alors l'équation :  $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$ . **1pt**

**EXERCICE 3 : 4,5 points**

Une urne contient cinq boules marquées respectivement :  $-2$  ;  $-1$  ;  $0$  ;  $1$  et  $2$ . On tire successivement trois boules de cette urne en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne.

1. Combien y-a-t-il de résultats possibles ? **0,5pt**  
2. On désigne par  $a, b$  et  $c$  les numéros portés par les boules tirées au 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> tirage respectivement.  $A, B$  et  $C$  étant trois points du plan, on désigne par  $G$  le barycentre éventuel des points pondérés  $(A; a), (B; b)$  et  $(C; c)$ .  
Déterminer le nombre de tirages tels que :  
(a)  $G$  soit défini. **0,5pt**  
(b) Le polynôme  $P$  défini par  $P(x) = x^2 + bx - c$  ait deux racines. **0,5pt**  
3. Pour la suite, on suppose que  $a = -2, b = 1, c = 2$  et que le triangle  $ABC$  est rectangle

en  $B$  tel que  $BC = BA = 3\text{cm}$ .

(a) Construire le point  $I = \text{bar} \{(B;1), (C;2)\}$ . **0,5pt**

(b) Justifier que les points  $A, G$  et  $I$  sont alignés, puis construire le point  $G$ . **0,5pt**

4. Soit  $h$  la transformation du plan qui à tout point  $M$  associe le point  $M'$  tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}.$$

(a) Exprimer  $\overrightarrow{GM'}$  en fonction de  $\overrightarrow{GM}$ . **0,5pt**

(b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de  $h$ . **0,5pt**

5. Soit  $(\mathcal{E})$  l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :  $MB^2 + 2MC^2 = 45$ .

(a) Vérifier que le point  $A$  appartient à  $(\mathcal{E})$ . **0,5pt**

(b) Déterminer et tracer  $(\mathcal{E})$ . **0,5pt**

**PROBLEME : 11 points**

*Le problème comporte deux parties indépendantes A et B.*

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

**PARTIE A : 5,5 points**

1. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  dont la représentation graphique  $(\mathcal{E}')$  est donnée ci-contre.

(a) Résoudre l'équation  $g(x) = 0$ . **0,25pt**

(b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ . **0,25pt**

(c) Etudier le signe de  $g$  sur  $\mathbb{R} - \{1\}$ . **0,5pt**

2. Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  telle que pour tout  $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ , on ait :  $f'(x) = g(x)$ .

On désigne par  $(\mathcal{C})$ , la courbe de  $f$ .

Déduire de la question 1.(c) les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R} - \{1\}$ .

3. Déduire des questions précédentes les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ ,

$$\text{on ait : } f(x) = \frac{ax^2 + 3x + b}{x + c}.$$

4. On suppose dans la suite que  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{1 - x}$ .

(a) Déterminer les réels  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  tels que pour tout  $x \neq 1$ ,  $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{1 - x}$ . **0,5pt**

(b) Préciser en justifiant, toutes les asymptotes à la courbe  $(\mathcal{C})$ . **0,5pt**

(c) Etudier la position relative de  $(\mathcal{C})$  avec la droite  $(\mathcal{D})$  d'équation  $y = -x + 2$ . **0,5pt**

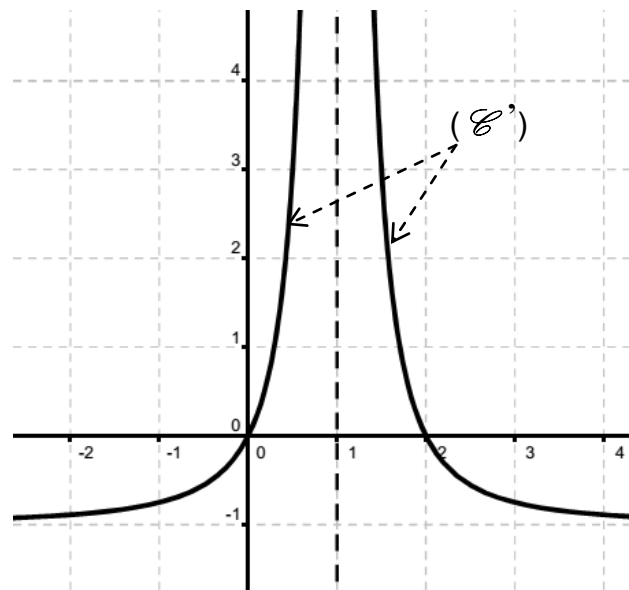
(d) Démontrer que le point  $\Omega(1;1)$  est un centre de symétrie de  $(\mathcal{C})$ . **1pt**

5. Construire la courbe  $(\mathcal{C})$  avec précision. **1pt**

6. Soit  $h$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R} - \{-1;1\}$  par  $h(x) = f(|x|)$ .

(a) Etudier la parité de  $h$ , puis comparer  $h(x)$  et  $f(x)$  pour  $x$  positif. **1pt**

(b) Tracer la courbe  $(\mathcal{C}_h)$  représentative de  $h$  dans le même repère que  $(\mathcal{C})$ . **0,5pt**



**1pt**

**1,5pt**

**0,5pt**

**0,5pt**

**0,5pt**

**1pt**

**1pt**

**1pt**

**0,5pt**

**PARTIE B : 2,5 points**

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On considère le plan  $(\mathcal{P})$  d'équation cartésienne  $2x - y + z = 0$  et la droite  $(\mathcal{D})$  passant par  $A(1; 0; 1)$  et de vecteur directeur  $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ . Soit  $(Q)$  le plan contenant la droite  $(\mathcal{D})$  et le point  $B(-1; 2; 6)$ .

1. (a) Montrer que la droite  $(\mathcal{D})$  et le plan  $(\mathcal{P})$  sont orthogonaux. **0,5pt**  
(b) En déduire que les plans  $(\mathcal{P})$  et  $(Q)$  sont perpendiculaires. **0,5pt**
2. (a) Déterminer une représentation paramétrique du plan  $(Q)$ . **0,5pt**  
(b) En déduire une équation cartésienne du plan  $(Q)$ . **0,5pt**
3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\mathcal{D})$ , intersection des plans  $(\mathcal{P})$  et  $(Q)$ . **0,5pt**