



Exercice 1 : 4 points

I- $ABCD$ est un carré de côté 3cm et K le barycentre des points pondérés $(A, -1)$, $(B, 4)$, $(C, 2)$ et $(D, 1)$. On note I le barycentre des points pondérés $(A, -1)$ et $(B, 4)$ et J celui de $(C, 2)$ et $(D, 1)$.

- 1) a) Exprimer \vec{AI} en fonction de \vec{AB} et placer le point I . 0,5pt
- b) Exprimer \vec{CJ} en fonction de \vec{CD} et placer le point J . 0,5pt
- c) Placer le point K en justifiant. 0,5pt
- 2) Soit O le milieu de $[AB]$. Montrer que l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = -9$ est une droite (Δ) que l'on déterminera et que l'on représentera. 1pt

II- De combien de façons peut-on répartir 5 lots identiques entre 3 élèves sachant que :

- a) un élève peut recevoir 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 lots ? 0,75pt
- b) chaque élève doit recevoir au moins un lot ? 0,75pt

Exercice 2 : 5 points

On considère l'équation $(E): \frac{1}{2} \sin 2x - \sin^2 x + \sin x = 0$.

- 1) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $\sin x = 0$. 1pt
- 2) a) Déterminer les réels a et b tels que $\cos x - \sin x = a \cos(x + b)$. 1pt
- b) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $\cos x - \sin x + 1 = 0$. 1,25pt
- 3) Exprimer $\sin 2x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$. 0,5pt
- 4) a) Montrer que l'équation (E) est équivalente à $\sin x(\cos x - \sin x + 1) = 0$. 0,5pt
- b) En déduire les solutions de (E) dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ et placer les images de ces solutions sur le cercle trigonométrique. 0,75pt

Problème : 11 points

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A :

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{-x-1}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan (unité : 1cm).

- 1) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1pt**
- 2) Déterminer la dérivée f' de f puis étudier son signe. **1pt**
- 3) Dresser le tableau de variation de f . **0,75pt**
- 4) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. **1pt**
- 5) Donner en justifiant, les équations cartésiennes des asymptotes à (C_f) . **0,75pt**
- 6) Montrer que le point $\Omega(-1; 0)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f) . **1pt**
- 7) Etudier les positions relatives de la courbe (C_f) par rapport à son asymptote oblique. **1pt**
- 8) Construire la courbe (C_f) . **1pt**

Partie B :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} \end{cases}$. On pose pour tout entier naturel n ,

$$v_n = u_n - 2.$$

- 1) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$. Préciser son premier terme. **1pt**
- 2) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n . **1pt**
- 3) Déterminer u_5 . **0,25pt**
- 4) On pose $S = v_0 + v_1 + \dots + v_9$ et $T = u_0 + u_1 + \dots + u_9$. Calculer S et montrer que $T = 24 - \frac{1}{4^9}$. **1,25pt**