



Exercice 1 : 5 points

Le Directeur des ressources humaines d'une entreprise doit établir le temps de retard tolérable des employés. Il a fait une étude statistique du temps mis par ceux-ci pour partir du domicile à l'entreprise et a dressé le tableau suivant :

Temps mis (en min)	[0; 10[[10; 30[[30; 45[[45; 60[[60; 90[
Nombres d'employés	5	17	20	10	8

- 1) Construire l'histogramme de cette série statistique. **1pt**
- 2) Construire le polygone des effectifs cumulés croissants et déterminer la médiane de cette série. **1.5pt**
- 3) Déterminer la moyenne \bar{x} et l'écart-type σ de cette série. **1.5pt**
- 4) Donner le pourcentage des employés qui se retrouvent dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$. **1.5pt**

Exercice 2: 2 points

Une urne contient deux boules portant le numéro 5, quatre boules portant le numéro 10 et deux boules portant le numéro 20 toutes indiscernables au toucher. On tire successivement sans remise trois boules de l'urne.

- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ? **0.5pt**
- 2) Calculer le nombre de tirages ne contenant que des boules numérotées 10 ou 5. **0.75pt**
- 3) Calculer le nombre de tirages dont la somme des points est comprise entre 20 et 40. **0.75pt**

Exercice 3 : 4.5points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on donne $A(1; -3; -1)$,
(P): $3x - 2y + z + 6 = 0$ et (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 2z - 7 = 0$.

- 1) Soit (d) la droite passant par A et orthogonale au plan (P).
 - a) Donner une représentation paramétrique de la droite (d). **0.5pt**
 - b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de (d) et (P). **1pt**
 - c) En déduire la distance du point A au plan (P). **0.5pt**
- 2) Montrer que (S) est une sphère de centre et de rayon à déterminer. **0.75pt**
- 3) Donner la nature et les éléments caractéristiques de $(S) \cap (P)$. **0.75pt**

- 4) Soit le plan $(P_2): x - 2y + z + 6 = 0$
- Justifier que (P) et (P_2) sont sécants. **0.5pt**
 - Donner une représentation paramétrique de cette intersection. **0.5pt**

PROBLEME : 8 points

Partie A : On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2\sin x - \cos 2x$.

- Montrer que f est périodique de période 2π . **0.5pt**
- Etudier la parité de la fonction f . **0.5pt**
- Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et prouver que $f'(x) = 2\cos x(2\sin x + 1)$. **0.5pt**
- Etudier les variations de f sur $[-0; \pi]$ **1pt**
- Dresser le tableau de variation de f sur $[-\pi; \pi]$. **1pt**
- Tracer la courbe de f dans l'intervalle $[-3\pi; 2\pi]$. **1pt**

Partie B : E est un plan vectoriel de base $B = (\vec{i}, \vec{j})$ On considère deux réels a et b et f est l'endomorphisme de E défini par : $f(\vec{i}) = a\vec{i} + b\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = (1 - a)\vec{i} + (1 - b)\vec{j}$

- Donner la matrice M de f dans la base B . **0.5pt**
- A quelle condition sur les réels a et b a-t-on f bijective ? **0.5pt**
- On suppose $a - b = 0$.
Déterminer le noyau de f ; donner une base du noyau de f . **1pt**
- On donne $a = b = \frac{1}{2}$.
 - Montrer que $\text{Im} f$ et $\text{Ker} f$ sont des droites vectorielles dont précisera les bases respectives. **1pt**
 - Calculer la matrice de $f \circ f - 2f + \text{id}$. **0.5pt**